

# 现行规范建议混凝土本构关系

## II: 构件与结构数值模拟

任晓丹 李杰

同济大学土木工程学院, 上海 200092

**摘要:** 在《规范》建议混凝土损伤本构关系的基础上, 本文探讨了结构非线性分析的方法和计算实例。首先从本构关系、构件模型与结构分析三个层次讨论了对应数值分析方法的要点。进而针对常用钢筋混凝土构件进行了非线性数值研究, 与经典试验结果进行了对比验证。最后对一栋框架剪力墙结构进行了大震作用下的倒塌模拟, 给出了结构倒塌的模式和薄弱环节。数值计算结果表明, 基于本文总结的本构关系和数值算法, 可以进行混凝土结构的非线性全过程分析, 并为实际结构的分析和设计提供依据。

**关键词:** 混凝土结构; 损伤模型; 非线性分析; 数值计算

**中图分类号:** TU313

**文献标识码:** A

**文章编号:**

### Constitutive Law of Concrete Suggested by the Current Design Code

#### Part II: Application to Structural Nonlinear Simulation

REN Xiaodan and LI Jie

College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China

**Abstract:** Staring from the damage model of concrete proposed by the current design code of China, the present paper discussed the nonlinear structural analysis of reinforced concrete structures. The numerical algorithms in three levels including the material level, the element level and the structural level are discussed. Then different types of reinforced concrete members are simulated and the results are compared with experimental data. Finally, a high-rise frame-shear wall structure subjected to severe earthquake is simulated. The overall collapse pattern of the structure is numerically predicted. It is indicated that the structural nonlinear analysis could be performed based on the proposed damage model and numerical methods.

**Key words:** concrete structure, damage model, nonlinear analysis, numerical simulation

**Email:** lijie@tongji.edu.cn

## 引 言

在地震等强动力荷载作用下, 结构不可避免地进入非线性, 此时设计规范往往要求进行结构

非线性动力全过程分析, 以校核结构在强非线性阶段的性能, 进而保证“大震不倒”的设计目标。近年来, 随着大型复杂结构的集中兴建, 结构大震弹塑性分析逐渐得到了工程界的普遍重视, 并获得了长足发展。但是, 由于结构非线性问题的复杂性, 目前的大震非线性分析结果往往带有极强的主观性, 并且与设计人员、建模软件、模型选择、参数选择等因素直接相关, 这就造成了一

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目 (51261120374, 51208374)

**作者简介:** 任晓丹, 工学博士, 同济大学讲师  
李杰, 工学博士, 同济大学特聘教授

**收稿日期:**

面是结构大震非线性分析蓬勃发展，一面对结构大震非线性分析结果质疑不绝的局面。最新版颁布实施的《混凝土结构设计规范》(GB50010-2010)<sup>[1]</sup>(以下简称《规范》)在附录C中详细建议了混凝土本构关系模型，可以视为从规范层面上解决结构大震非线性分析所面临的矛盾局面所迈出的第一步，也是关键一步。

本文第一部分已经阐释了《规范》建议混凝土本构关系的理论来源与应用要点，那么作为第二部分，这里着重介绍基于《规范》建议混凝土本构关系开展结构非线性分析的方法，并且给出了构件分析和结构分析的典型算例。

## 1. 结构非线性数值分析算法简述

从结构本构关系出发到结构非线性分析结果，中需要须经过本构、构件和结构三个层次的分析。经过多年的发展，三个层次上均已经形成了对应的数值分析方法体系，其中某些方面仍是国际、国内的研究热点。本节从三个层次出发，对结构非线性数值分析算法的要点进行了简要的阐释，详细的讨论请读者参阅有关专著<sup>[2][3]</sup>。

### 1.1. 本构关系数值算法

由于《规范》建议混凝土本构关系已经简化为全量形式，所以其数值求解过程相对简单，其简要计算流程可采用下述框图表示。

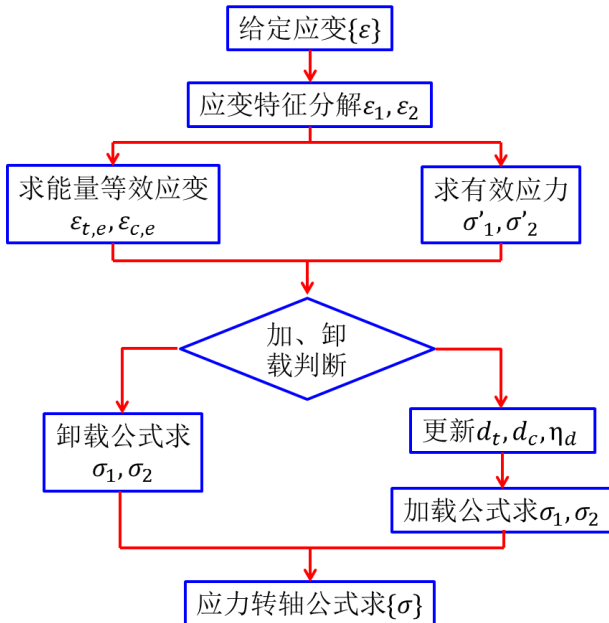


图 1 本构关系计算流程简图

Fig. 1 Flow chart for numerical algorithms of

## damage model

本文第一部分已经述及，全量型本构关系理论上是不完备，不能描述复杂加载路径等问题。完备的材料非线性本构关系通常由一系列非线性微分方程组成，其数值求解一般较为复杂。

### 1.2. 构件数值分析模型

在结构工程中，最常用的构件为梁柱构件和墙板构件。经过长期的研究探索，对于这两类构件已经形成了较为成熟的分析模型：梁柱构件的分析通常采用纤维梁单元模型；墙板构件的分析通常采用分层壳模型。

图 2 给出了纤维梁单元模型示意。在纤维梁模型中，为了获得梁单元积分点处的变形-内力关系，将积分点处的截面划分为网格，引用平截面假定计算每个网格的应变，采用网格处对应材料的本构关系计算对应点的应力，进而截面应力积分即得到截面内力。在上述截面层次分析的基础上，接下来是构件单元层次的分析。单元层次的分析有两类基本方法，一类是传统有限元中以位移插值为基础的刚度方法，另一类是近一、二十年兴起的以内力插值为基础的柔度方法<sup>[4]</sup>。前者计算较为简单，而后者捕捉构件非线性行为的能力更强。

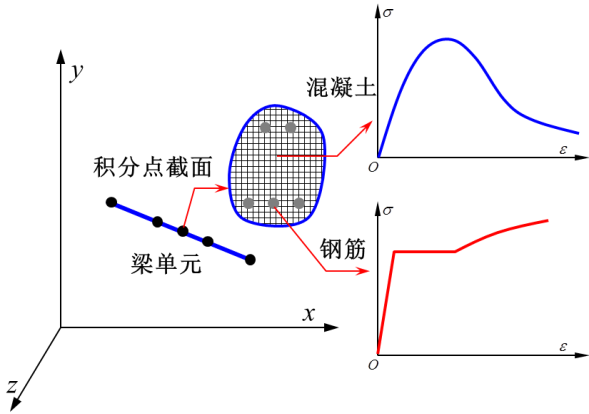


图 2 纤维梁单元模型

Fig. 2 Fiber-beam element model

图 3 给出了分层壳单元的模型示意。对于钢筋混凝土墙板，采用平面应力单元和分层壳单元分别描述其平面内变形与平面外弯曲。对于平面应力单元（结构工程中有时也称为膜单元），可采用传统有限元法中常用的单元模型，钢筋与混凝土平面内应变保持一致，平面单元的内力为钢筋

内力与混凝土内力之和。对于分层壳单元：首先引入常规有限元中的壳单元插值函数，由节点位移得积分点处变形；积分点处沿壳厚度方向划分为若干层，引入 Kirchhoff 假定，可由积分点处变形得到每一层的应变；接下来，由本构关系计算得到每一层的应力，应力积分得到积分点处的内力。对于楼板等平面内变形不大的构件，可直接采用分层壳单元进行数值建模；而对于混凝土剪力墙等平面内、平面外变形均较为显著的构件，需要将平面应力单元与分层壳单元结合才能对其进行描述。由于平面应力单元较简单，而分层壳单元又极具特点，所以有时也将二者结合的混凝土墙板分析单元也称为分层壳单元。

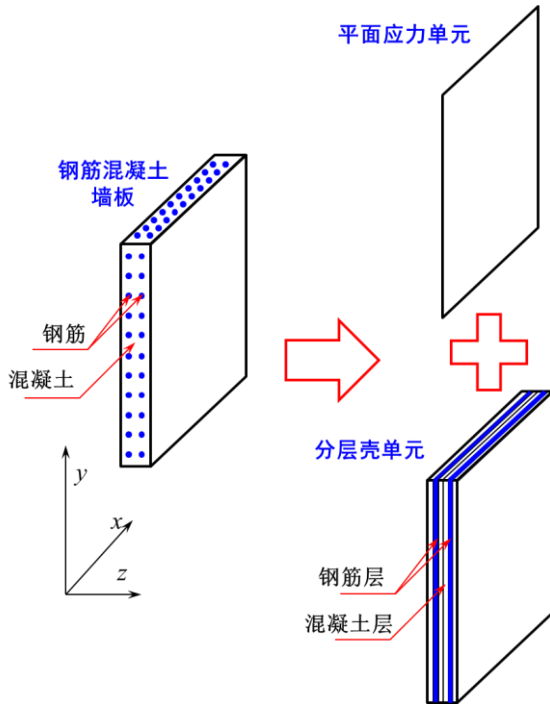


图 3 分层壳单元模型

Fig. 3 Layered shell element model

这里需要特别指出的是：纤维梁单元本质上是一种一维单元，其分析计算中只需要基于材料的一维本构关系（考虑剪切变形影响的纤维梁单元除外）；分层壳单元本质上是二维单元，计算中需要结合材料二维本构关系。虽然钢筋的二维本构关系可以在其延伸方向上解耦为一维本构关系，但是混凝土的二维本构关系却不能解耦。实验和理论已经清楚地表明，双轴加载条件下混凝土两个加载轴之间有着复杂的相关性，只有考虑两个加载方向耦合作用的二维本构关系才能对其进行描述，强行对二维应力状态解耦并直接套用

一维本构关系将带来分析结果的错误。《规范》建议的混凝土二维本构关系是一类考虑了两个加载方向耦合作用的本构关系模型，尤其适用于分层壳单元模型。

### 1.3. 结构非线性分析算法

对于结构在动力作用下的非线性分析问题，采用有限元方法建模，可得如下结构动力方程：

$$\mathbf{M}\mathbf{a} + \mathbf{C}\mathbf{v} + \mathbf{f}^{\text{int}}(\mathbf{d}) = \mathbf{f}^{\text{ext}} \quad (1)$$

其中  $\mathbf{d}$  为位移向量， $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{d}}$  为速度向量， $\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}}$  为加速度向量； $\mathbf{M}$  为质量矩阵， $\mathbf{C}$  为阻尼矩阵； $\mathbf{f}^{\text{int}}(\mathbf{d})$  为内力向量， $\mathbf{f}^{\text{ext}}$  为外力向量。为了考虑了非线性的影响，内力向量  $\mathbf{f}^{\text{int}}(\mathbf{d})$  定义为位移向量  $\mathbf{d}$  的非线性函数。

上述方程的增量求解过程可以简单概括为，已知第  $n$  时间步  $t_n$  的状态量  $\{\mathbf{a}_n, \mathbf{v}_n, \mathbf{d}_n\}$ ，求第  $n+1$  时间步  $t_{n+1}$  的位移向量  $\{\mathbf{a}_{n+1}, \mathbf{v}_{n+1}, \mathbf{d}_{n+1}\}$ ，再重复上述过程直到结束。以 Newmark 法为例，可将上述微分方程近似表示为三段式代数方程<sup>[5]</sup>：

#### • 预估

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{d}}_{n+1} = \mathbf{d}_n + \mathbf{v}_n \Delta t + \frac{\Delta t^2}{2} (1 - 2\beta) \mathbf{a}_n \\ \tilde{\mathbf{v}}_{n+1} = \mathbf{v}_n + (1 - \gamma) \mathbf{a}_n \Delta t \end{cases} \quad (2)$$

#### • 求解

$$\begin{aligned} (\mathbf{M} + \gamma \Delta t \mathbf{C}) \mathbf{a}_{n+1} + \beta \Delta t^2 \mathbf{f}^{\text{int}}(\mathbf{d}_{n+1}) \\ = \mathbf{f}_{n+1}^{\text{ext}} - \mathbf{C} \tilde{\mathbf{v}}_{n+1} - \mathbf{f}^{\text{int}}(\tilde{\mathbf{d}}_{n+1}) \end{aligned} \quad (3)$$

#### • 校正

$$\begin{cases} \mathbf{d}_{n+1} = \tilde{\mathbf{d}}_{n+1} + \beta \Delta t^2 \mathbf{a}_{n+1} \\ \mathbf{v}_{n+1} = \tilde{\mathbf{v}}_{n+1} + \gamma \mathbf{a}_{n+1} \Delta t \end{cases} \quad (4)$$

其中  $\beta$  和  $\gamma$  为算法参数。

三段式方程(2)、(3)和(4)组成了一组代数方程组。对于非线性问题，式(3)为非线性方程，需要结合非线性方程求解数值算法求解，最常用的算法是基于切线刚度矩阵  $\mathbf{K}_{n+1}^{\text{tan}} = [\partial \mathbf{f}^{\text{int}} / \partial \mathbf{d}]_{n+1}$  建立起来的 Newton-Raphson 算法。这一类算法的优点是具有二阶收敛精度，如果计算收敛则能够快速逼近精确解；缺点则是对于强非线性问题，切向刚度矩阵往往表现出奇异性，进而导致迭代发

散。

近年来,随着计算设备能力的提高,显式算法越来越得到重视。最简单的显式算法可令上述三段式 Newmark 算法中的算法参数  $\beta=0$  构造得到,此时即可按照方程(2)、(3)、(4)的顺序直接求解三段式方程而无需迭代,同时也避免了刚度矩阵求逆的过程,大大提高了计算的健壮性(robustness)。理论上可以证明,当时间增量  $\Delta t_n = t_{n+1} - t_n$  小于临界时间步长  $\Omega_{crit}$  时,上述方法可以得到收敛的数值解。在实际应用中,只要将动力时程积分的时间步长取足够小(常为  $10^{-8} \sim 10^{-5}s$ ),即可得到满足工程精度要求的数值分析结果。当然,此时由于动力时程积分的时间步长很小,一次结构非线性动力分析需要相当多的时间步,这就对计算设备的能力提出了很高的要求。

## 2. 构件模拟算例

### 2.1. 压弯构件

对 Tankaka 和 Park<sup>[6]</sup>的钢筋混凝土柱试验(试件 7)进行模拟(图 4)。柱高 1.65m, 截面 550mm×550mm; 混凝土保护层厚度 40mm; 纵筋数目 12 根, 直径 20mm; 箍筋直径 12mm, 间距 110mm; 轴压比 0.3; 采用位移加载。

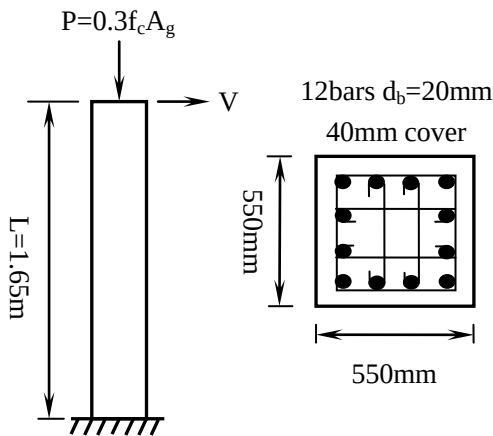


图 4 钢筋混凝土柱

Fig. 4 RC column

材料参数取为: 混凝土弹性模量  $E_c=30GPa$ ,

混凝土抗拉强度  $f_{t,r}=3.2MPa$ , 抗拉峰值应变

$\epsilon_{t,r}=100 \mu\epsilon$ , 受拉下降段参数  $\alpha_t=0.5$ ; 为考虑

箍筋约束效应的影响,采用 Mander 模型<sup>[7]</sup>计算约束区混凝土受压参数,最终混凝土峰值抗压强度为  $f_{c,r}=39MPa$ , 对应的应变  $\epsilon_{c,r}=0.0052$ , 受压下

降段参数  $\alpha_c=0.6$ 。钢筋采用双折线模型, 弹模

$E_s=200GPa$ , 屈服强度  $f_y=510MPa$ , 硬化系数

0.01。数值模拟采用力插值纤维梁单元, 最终计算的柱底剪力-柱顶位移关系曲线如图 5。

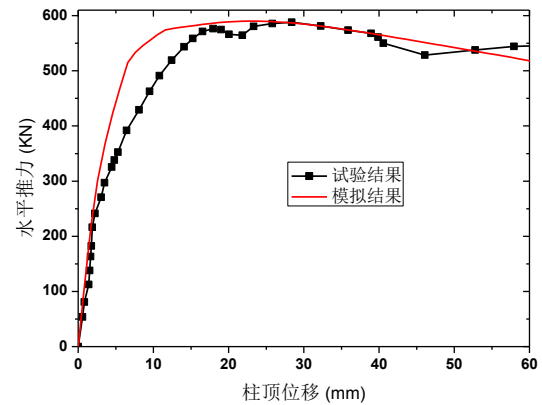


图 5 力-位移曲线

Fig. 5 Load-displacement curves

### 2.2. 深受弯构件

1966 年, Leonhardt and Walther<sup>[8]</sup>进行了钢筋混凝土深梁的受力和破坏试验。如图 6 所示, 简支正方形深梁边长为 1600mm, 厚度为 100mm, 顶部承受均布荷载, 梁中配有横向和竖向分布钢筋, 同时梁底部还配有抗拉加强钢筋。

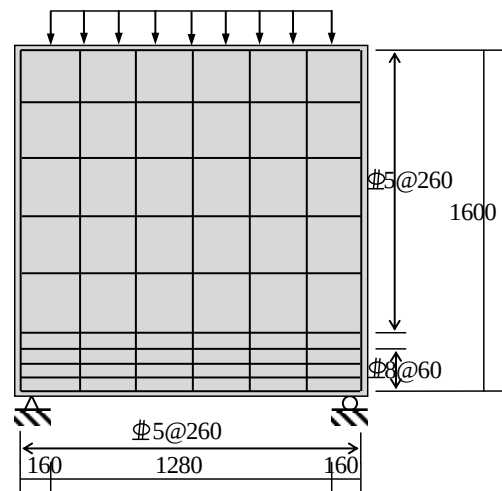


图 6 深梁试件 (mm)

Fig. 6 Deep beam (mm)

图 8 荷载-位移曲线

Fig. 8 Load-displacement curve

数值模拟中，混凝土采用平面应力单元，钢筋采用杆单元，钢筋与混凝土之间变形一致。分析中材料参数取值为：单轴受拉强度  $f_{t,r}=1.0\text{MPa}$ ，单轴受拉峰值应变  $\varepsilon_{t,r}=60\mu\varepsilon$ ，单轴受拉下降段参数  $\alpha_t=1.0$ ；单轴受压强度  $f_{c,r}=29.6\text{MPa}$ ，单轴受压峰值应变  $\varepsilon_{c,r}=2000\mu\varepsilon$ ，单轴受压下降段参数  $\alpha_c=5.0$ ；混凝土弹性模量  $E_c=30\text{GPa}$ ，混凝土泊松比  $\nu=0.2$ ；钢筋弹性模量  $E_s=210\text{GPa}$ ，钢筋屈服强度  $f_y=415\text{MPa}$ 。

模拟所得应力云图如图 7 所示，有应力云图的发展可以清楚地看到深梁破坏过程的拉杆拱机制。图 8 中给出的荷载-位移曲线验证了模型的有效性。

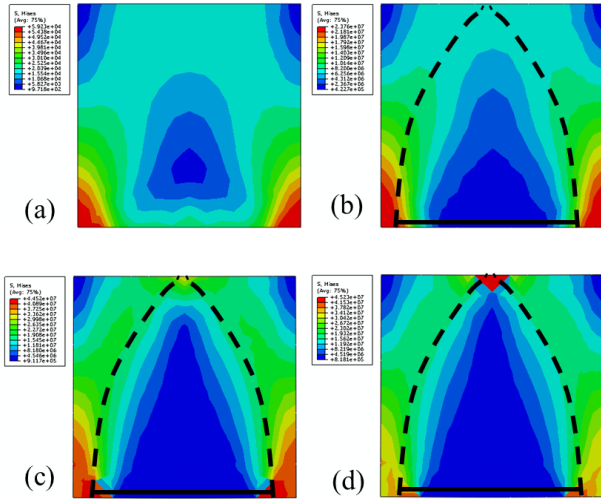
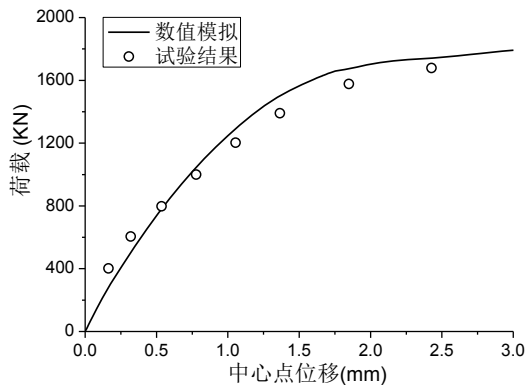


图 7 深梁 Mises 应力云图：

- (a) 初始弹性；(b) 拉杆拱机制初步形成；  
(c) 拉杆拱机制继续发展；(d) 拱顶板压碎破坏

Fig. 7 Mises Stress contours:

- (a)elastic stage; (b) lever-arch mechanism;  
(c) further lever-arch mechanism; (d) crush of arch



### 2.3. 双向板

1967 年，McNeice<sup>[9]</sup>进行了四个角点竖向支撑的双向钢筋混凝土板在中点集中荷载作用下的静力试验，后来此试验结果成为研究和验证钢筋混凝土双向板性能的 benchmark 结果。如图 9 所示，板厚 44.5mm，钢筋布置于 75%的板厚度处，每个方向的体积配筋率为  $8.5\times 10^{-3}$ 。

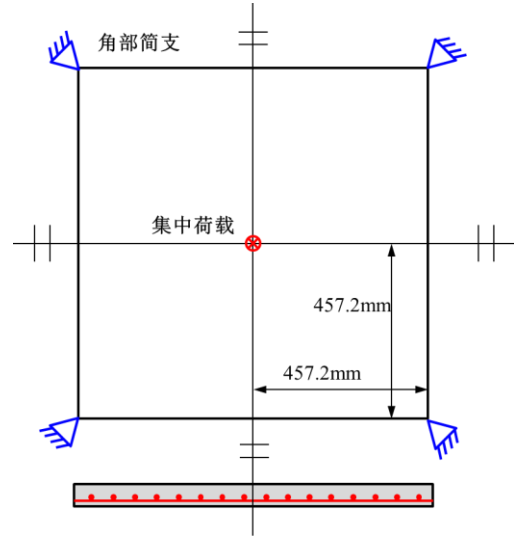


图 9 钢筋混凝土双向板

Fig. 9 RC two-way slab

根据材料试验结果，数值分析中采用的模型参数分别为：混凝土抗拉强度  $f_{t,r}=2.9\text{MPa}$ ，抗拉峰值应变  $\varepsilon_{t,r}=168\mu\varepsilon$ ，抗压强度  $f_{c,r}=38\text{MPa}$ ，受压峰值应变为  $\varepsilon_{c,r}=3060\mu\varepsilon$ ，受拉曲线下降段参数  $\alpha_t$  为 0.5，受压曲线下降段参数  $\alpha_c$  为 0.85；混凝土弹性模量  $E_c=28.6\text{GPa}$ ；泊松比  $\nu=0.15$ ；钢筋弹性模量  $E_s=200\text{GPa}$ ；屈服强度  $f_y=345\text{MPa}$ 。由于结构和荷载的对称性，仅需模拟 1/4 结构。本文非线性有限元分析中采用的是  $3\times 3$  个二次减缩积分壳单元，厚度方向采用 9 个积分点以获取比较光滑的应力分布。同样，为了避免非线性求解过程中可能出现的不稳定现象，迭代过程采用了弧长法。

图 10 给出了计算所得受拉损伤分布。初始开裂时裂纹主要集中在集中荷载作用下下部，最终破坏时，形成了沿着板对称轴的开裂带。图 11 给出了荷载-位移曲线的对比，数值模拟结果不但与实验结果符合较好，同时能够在一定程度上预



测实验未能达到的结果。

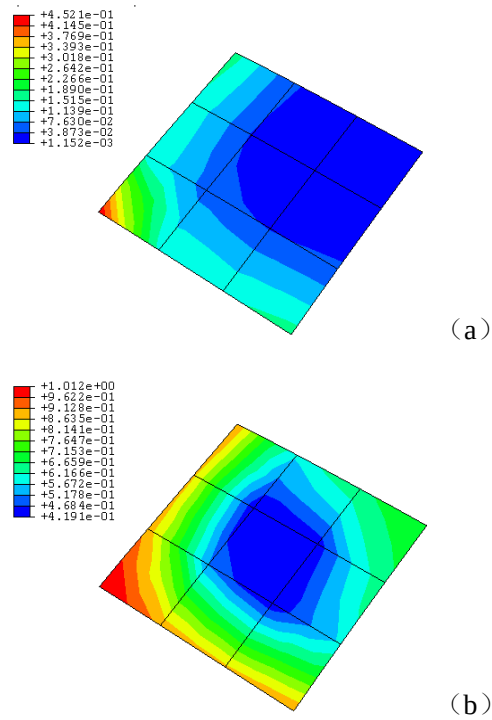


图 10 板底受拉损伤分布：

(a) 初始开裂时；(b) 峰值荷载时

Fig. 10 Tensile damage contours:

(a) initial cracking; (b) peak loading

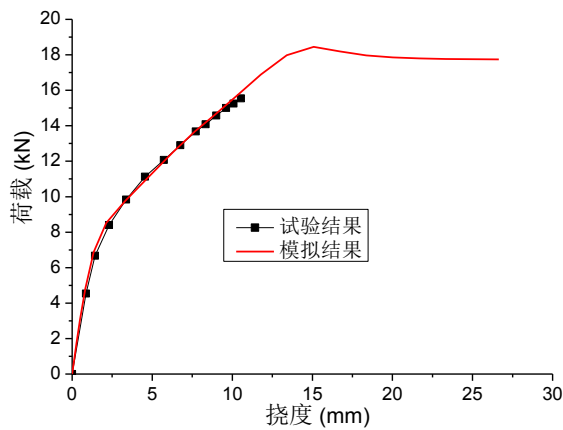


图 11 荷载-位移曲线

Fig. 11 Load-displacement curve

## 2.4. 剪力墙

1990 年, Lefas 和 Kotsovos<sup>[10]</sup>进行了 13 榀钢筋混凝土剪力墙在不同轴压比作用下, 施加单调水平侧向荷载的拟静力试验。力墙分成两组: 第一组共 6 榀, 相对低矮, 其高宽比为 1:1, 标记为类型 I (图 12 (a)); 第一组共 7 榀, 相对

细长, 其高宽比为 2:1, 标记为类型 II (图 12(b))。有的剪力墙截面均为矩形, 顶部和底部均为现浇钢筋混凝土, 以方便施加荷载。竖向纵筋直径均为 8mm, 类型 I 的间距为 60mm, 类型 II 则为 62mm; 水平钢筋直径均为 6.25mm, 类型 I 的间距为 80mm, 而类型 II 则为 115mm。在所有的剪力墙中, 端部均设置宽为 140mm 的暗柱, 并增加直径为 4mm 的封闭箍筋。

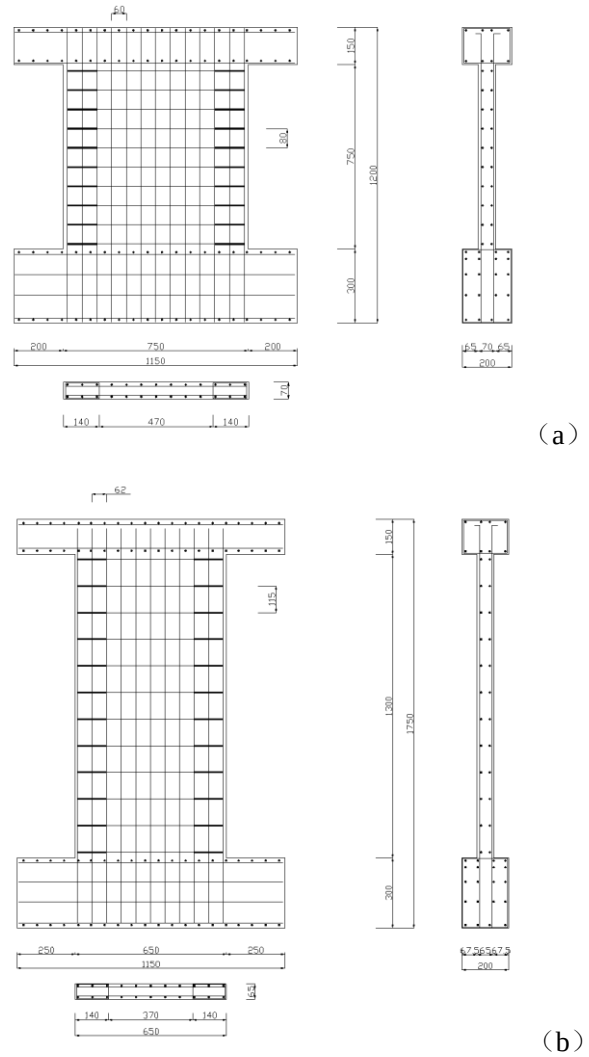


图 12 剪力墙：(a) 矮墙；(b) 高墙

Fig. 12 RC shear wall: (a) short wall; (b) tall wall

表格 1 试验设计与混凝土材料参数

| 试件编号          | SW11  | SW21  |
|---------------|-------|-------|
| 抗弯纵筋 (%)      | 3.10  | 3.30  |
| 抗剪箍筋 (%)      | 1.20  | 0.90  |
| 水平分布筋 (%)     | 1.10  | 0.80  |
| 竖向受力筋 (%)     | 2.40  | 2.50  |
| 混凝土立方强度 (MPa) | 52.30 | 42.80 |

|                |       |       |
|----------------|-------|-------|
| 混凝土棱柱体强度 (MPa) | 47.07 | 38.52 |
| 混凝土抗拉强度 (MPa)  | 3.22  | 2.92  |
| 混凝土弹性模量 (GPa)  | 32.2  | 29.2  |
| 竖向荷载 (KN)      | 0     | 0     |

表格 2 钢筋材料属性

| 钢筋直径 (mm)  | 8     | 6.25  | 4     |
|------------|-------|-------|-------|
| 屈服强度 (MPa) | 470   | 520   | 420   |
| 极限强度 (MPa) | 565   | 610   | 490   |
| 弹性模量 (MPa) | 2.0e5 | 2.0e5 | 2.0e5 |
| 硬化模量 (MPa) | 2.0e4 | 2.0e4 | 2.0e4 |

这里对一榀矮墙(SW11)和一榀高墙(SW21)进行了数值模拟研究。试验设计与混凝土材料参数如表格 1 所示和钢筋材料参数如表格 2 所示。分析中,混凝土采用平面应力单元,钢筋采用 rebar 植入混凝土中,箍筋约束的影响采用适当提高约束区混凝土延性的方法考虑。图 13 给出了剪力墙构件破坏时的受拉损伤云图,受拉破坏区的分布得到了清晰的表现。图 14 中给出了力-位移曲线,试验结果与分析结果也具有很好的一致性。

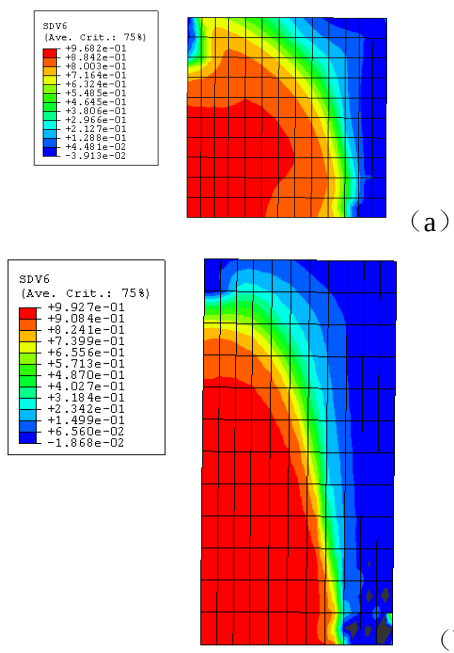


图 13 受拉损伤云图: (a) 矮墙; (b) 高墙  
Fig. 13 Tensile damage contours: (a) short wall; (b) tall wall

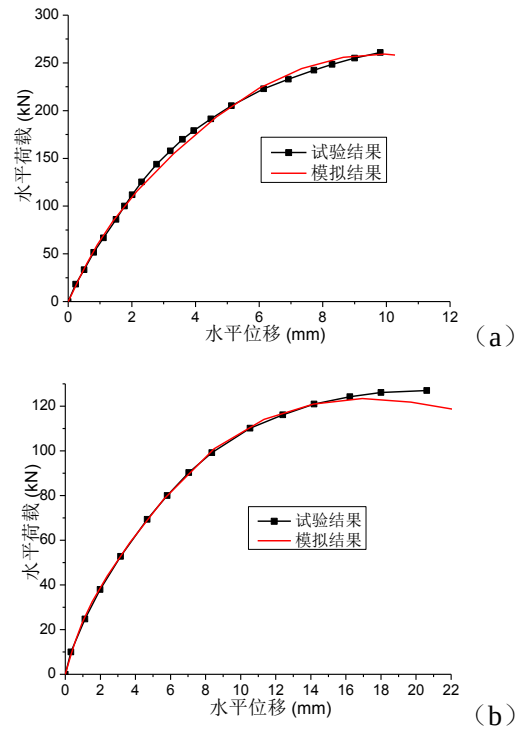


图 14 力-位移曲线: (a) 矮墙; (b) 高墙  
Fig. 14 Load-disp curves: (a) short wall; (b) tall wall

### 3. 结构模拟算例

#### 3.1. 模型框架结构

对同济大学 2011 年完成的三层两跨框架静力推覆全过程试验<sup>[11]</sup>进行模拟。梁截面均为  $h \times b = 200 \times 100\text{mm}$ , 柱截面均为  $h \times b = 150 \times 150\text{mm}$ , 梁跨度为 2m, 底层柱高 1.2m, 二、三层柱高 1m。受力纵筋为 HRB400 级钢筋, 梁柱纵筋均为对称配置, 底层、二层梁全截面配 4 $\Phi$ 8, 顶层梁全截面配 4 $\Phi$ 6, 边柱全截面配 4 $\Phi$ 10, 中柱全截面配 4 $\Phi$ 12; 箍筋为 HRB235 级钢筋, 框架梁、柱箍筋直径均为 6mm, 间距均为 100mm。加载分为两个阶段: 第一阶段施加竖向力, 中柱竖向力 300KN, 边柱为 150KN; 第二阶段在顶层施加水平力直至框架推覆。

材料参数取为: 混凝土弹性模量  $E_c = 26\text{GPa}$ , 混凝土抗拉强度  $f_{t,r} = 3.5\text{MPa}$ , 抗拉峰值应变  $\epsilon_{t,r} = 200 \mu\epsilon$ , 受拉下降段参数  $\alpha_t = 0.5$ ; 为考虑箍筋约束效应的影响, 采用 Mander 模型计算约束区混凝土受压参数, 最终混凝土峰值抗压强度为  $f_{c,r} = 38.7\text{MPa}$ , 对应的应变  $\epsilon_{c,r} = 0.0032$ , 受压下降段参数  $\alpha_c = 1.0$ 。钢筋采用双折线模型, 弹模  $E_s = 210\text{GPa}$ , 屈服强度  $f_y = 440\text{MPa}$ , 硬化系数

0.01。采用位移插值纤维单元进行有限元模型，结构求解采用显式算法。选取三榀设计、加载方案完全相同的框架结果与数值分析结果进行对比验证，如图 15 所示。

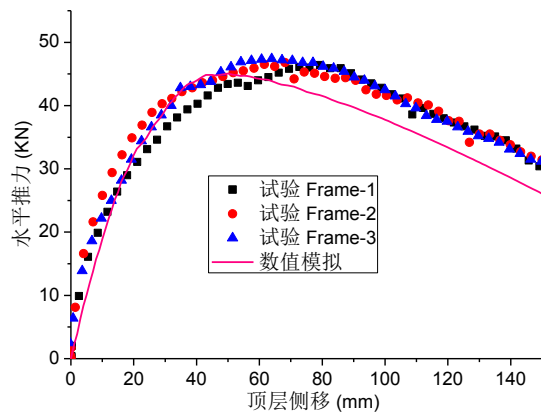


图 15 力-位移曲线  
Fig. 15 Load-disp curves

### 3. 2. 实际框架剪力墙结构

采用《规范》建议混凝土本构关系，对一栋框架剪力墙结构进行了大震作用下的倒塌模拟。本工程是一座甲级写字楼为主的综合大型高层建筑，工程地址位于上海浦东新区某地，其建筑功能主要包括商业、酒店、娱乐、会议中心等。建筑高度 90m，共 23 层，建筑面积约为 32880 平方米。根据中国和上海地方现行规范进行结构设计，结构采用框架剪力墙结构，设计使用年限为 50 年，按七度抗震设防，场地类别二类场地。建筑结构沿竖向分为两个区，1~6 层为一区，7~23 层为二区。分别在四个角点电梯井处设置剪力墙，中间采用框架结构连接剪力墙，一区剪力墙厚度为 0.5m，混凝土强度等级为 C45，二区剪力墙厚度为 0.4m，混凝土强度等级为 C40。

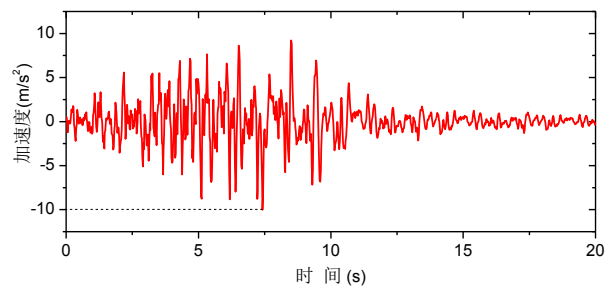


图 16 地震加速度时程  
Fig. 13 Time history of a seismic acceleration  
数值模拟中，梁、柱采用基于位移插值的纤

维梁单元，剪力墙采用分层壳单元，钢筋分别以 rebar 和 rebar layer 的形式植入到混凝土单元中。底部一致输入地震加速度时程如图 16 所示，地震动持时 20s，峰值加速度  $10\text{m/s}^2$ 。根据结构设计模型建立结构有限元分析模型如图 17 所示。结构动力时程积分采用显式算法。数值模拟结果显示，结构在承受地震作用之后的 10s 左右发生整体倒塌，其平面不规则处由于变形和应力的集中，成为最先发生倒塌的部位在平面不规则处(图 18)，这与结构设计与分析的经验是一致的。

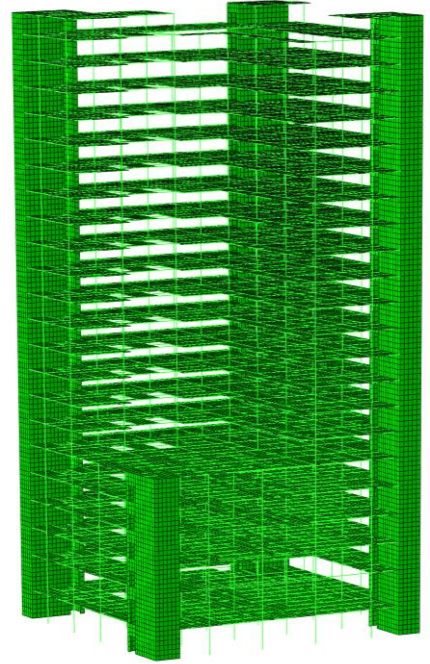


图 17 结构有限元模型  
Fig. 17 FE model of structure

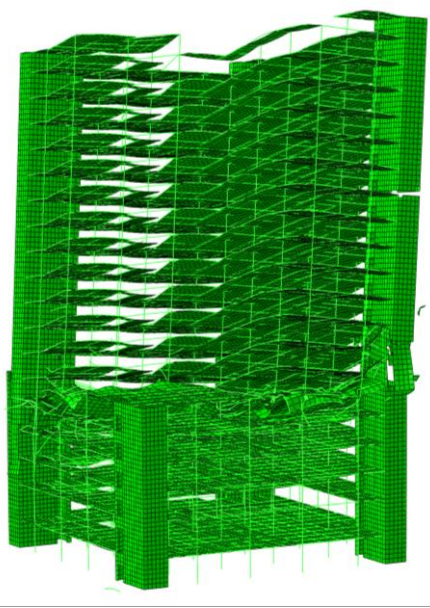




图 18 模拟结构倒塌

Fig. 18 Simulated structural collapse

#### 4. 发展展望

通过本文的讨论可以发现，基于《规范》建议材料本构关系和非线性有限元分析方法，我们已经初步具备了开展工程结构非线性全过程分析模拟的能力。然而由于材料和结构的复杂性，对于这一问题的探索还远未结束。在进一步的发展和完善过程中，下述问题有望在实际工程结构分析模拟中加以考虑：

(1) 三维本构关系。在高层、超高层结构中广泛使用的大型组合构件中，混凝土往往处于复杂的三维应力状态，此时对其非线性行为的准确描述需要借助三维本构关系。

(2) 材料率敏感性。动力荷载作用下，材料的强度和变形能力均较之静力作用下有所提高，这种与应变率有关的特性称为材料率敏感性，而率敏感性可能会改变某些结构的受力特性甚至破坏模式。

(3) 应变局部化。对于软化材料组成的结构，其非线性变形往往会集中于局部区域，这种现象称为应变局部化。在非线性有限元分析过程中，应变局部化往往会引起严重的网格依赖性，进而导致模拟结果发散。

(4) 随机非线性。与损伤导致的非线性相对应，混凝土材料的另一个基本物理特性为随机性。在混凝土材料形成之初，内部就已经产生了随机分布的缺陷。在外力作用下，这些缺陷的发展引起的材料损伤演化使得材料的行为偏离线性进入非线性。由于混凝土中各组分的随机分布特性，使得不论是初始损伤产生还是后续损伤演化都具有随机性的特征。随机的损伤演化，必然导致随机的强度表现、随机的本构关系和随机的结构非线性行为。因此，采用概率论的观点，才能更为客观地反映材料和结构的受力特征。

#### 致谢

在十余年的研究和探索过程中，本研究梯队成员吴建营、曹阳、李奎明、周俊明、黄桥平、曾莎洁、黄天璨、冯德成等人在理论构建、程序开发以及试验验证等方面做出了自己的贡献，在此对他们的创造性劳动致以诚挚的谢意！

#### 参考文献

- [1] 《混凝土结构设计规范》(GB50010-2010) [S], 北京, 中国建筑工业出版社, 2011.
- [2] 李杰, 吴建营, 陈建兵. 混凝土随机损伤力学[M]. 北京, 科学出版社, 2014.
- [3] 江见鲸, 陆新征. 混凝土结构有限元分析[M]. 北京, 清华大学出版社, 2013.
- [4] Spacone E, Filippou FC, Taucer FF. Fibre beam-column model for non-linear analysis of R/C frames: part I. Formulation [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics. 1998, 25(7): 711-725.
- [5] Hughes, T. J. R., The finite element method: Linear static and dynamic finite element analysis[M]. New York: Dover Publication, 2000.
- [6] Tanaka H. Effect of lateral confining reinforcement on the ductile behaviour of reinforced concrete columns[D]. University of Canterbury . 1990.
- [7] Mander JB, Priestley MJN, Park R. Theoretical Stress - Strain Model for Confined Concrete[J]. Journal of Structural Engineering ASCE, 114(8): 1804-1826.
- [8] Vecchio F J. Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete membranes[J]. ACI Structural Journal, 1989, 86(1):26-35.
- [9] McNeice GM, Elastic-plastic bending analysis of plates and slabs by the finite element method[D]. University of London, 1967.
- [10] Lefas ID and Kotsovos MD. NLFE Analysis of RC Structural Walls and Design Implications[J]. Journal of Structural Engineering, ASCE. 1990, 116(1): 146-164.
- [11] 徐金科. 钢筋混凝土框架结构非线性受力全过程试验研究[D]. 同济大学, 2011.